Soit $A(x) = 2x^2 - 3x - 5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2 - 3|x| - 5 \leq 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ *et* $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2 - 2x - 3| < A(x)$

b) $\sqrt{A(x)} \leq x - 1$

3) Soit $f(x) = \dfrac{x^3 - x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x) = \dfrac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq x$

1) $A(x) = 2x^2 - 3x - 5$

$a = 2$, $b = -3$ et $c = -5$

$a - b + c = 0$

les racines de $A(x)$ sont -1 et $-\dfrac{c}{a} = \dfrac{5}{2}$

$A(x) = 2(x+1)\left(x - \dfrac{5}{2}\right)$ $\quad a(x - x')(x - x'')$

$$\boxed{A(x) = (x+1)(2x-5)}$$

b)

$2x^2 - 3|x| - 5 \leq 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{(|x|+1)}_{>0}(2|x|-5) \leq 0$

$\Leftrightarrow 2|x| - 5 \leq 0$

$\Leftrightarrow |x| \leq \dfrac{5}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{5}{2} \leq x \leq \dfrac{5}{2}$

$S_{\mathbb{R}} = \left[-\dfrac{5}{2}, \dfrac{5}{2}\right]$

Soit $A(x) = 2x^2 - 3x - 5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2 - 3|x| - 5 \leq 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ *et* $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2 - 2x - 3| < A(x)$

b) $\sqrt{A(x)} \leq x - 1$

3) Soit $f(x) = \dfrac{x^3 - x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x) = \dfrac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq x$

b)

x	$-\infty$	$-1-\sqrt{2}$		-1		$1+\sqrt{2}$	$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$			$+$	0	$-$		0	$+$	

c)

$A(-1-\sqrt{2})$ $\qquad$ $A(1+\sqrt{2})$

$-1-\sqrt{2} \in]-\infty, -1[\Rightarrow A(-1-\sqrt{2}) > 0$

$1+\sqrt{2} \in]-1, \dfrac{5}{2}[\Rightarrow A(1+\sqrt{2}) < 0$

d'où $A(1+\sqrt{2}) < A(-1-\sqrt{2})$

Soit $A(x) = 2x^2 - 3x - 5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2 - 3|x| - 5 \leq 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ *et* $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2 - 2x - 3| < A(x)$

b) $\sqrt{A(x)} \leq x - 1$

3) Soit $f(x) = \dfrac{x^3 - x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x) = \dfrac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x) \geq x$

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		+	0	−	0	+	

2) a) $|x^2 - 2x - 3| < A(x)$

condition d'existence

$A(x) > 0 \iff x \in]-\infty, -1[\cup]\frac{5}{2}; +\infty[$ X

Soit $x \in]-\infty, -1[\cup]\frac{5}{2}; +\infty[$

$|x^2 - 2x - 3| < A(x)$

$\iff |x^2 - 2x - 3| < 2x^2 - 3x - 5$

$\iff (x^2 - 2x - 3)^2 < (2x^2 - 3x - 5)^2$

$\iff (2x^2 - 3x - 5)^2 - (x^2 - 2x - 3)^2 < 0$

$\iff (2x^2 - 3x - 5 - x^2 + 2x + 3)(2x^2 - 3x - 5 + x^2 - 2x - 3) < 0$

$\iff (x^2 - x - 2)(3x^2 - 5x - 8) < 0$

$a - b + c$

$x^2 - x - 2 = 0$

$x = -1$ ou $x = 2$

$3x^2 - 5x - 8 = 0$

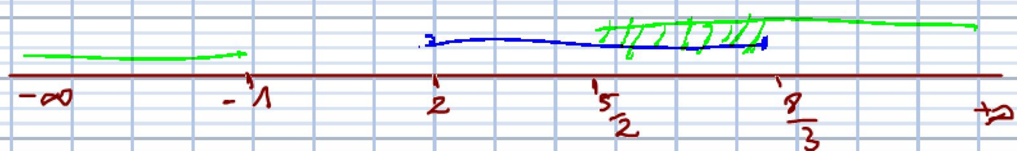
$x = -1$ ou $x = \frac{8}{3}$

x		-1		2		$\frac{8}{3}$		$+\infty$
x^2-x-2	+	0	−	0	+		+	
$3x^2-5x-8$	+	0	−		−	0	+	
Produit	+	0	+	0	−	0	+	

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		+	0	−	0	+	

$x \in]2, \frac{8}{3}[$ et $x \in]-\infty, -1[\cup]\frac{5}{2}, +\infty[$

$S_{\mathbb{R}} =]\frac{5}{2}, \frac{8}{3}[$



في دارك... إتهنى على قراية صغارك

www.Tadris.TN 55.635.666 26.222.159

Soit $A(x)=2x^2-3x-5$

$|x^2-2x-3|<A(x)$

$(x^2-2x-3)=(x+1)(x-3)$

$2x^2-3x-5=(x+1)(2x-5)$

$|x^2-2x-3|<A(x)$

$|(x+1)(x-3)|<(2x-5)(x+1)$

$|(x+1)(x-3)|<(5-2x)(-(x+1))$

$x\in]-\infty,-1[\cup]\frac{5}{2},+\infty[$

$|x-3|<5-2x$

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$2x^2-3x-5$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Soit $A(x)=2x^2-3x-5$

1) a) Factoriser $A(x)$

b) Résoudre alors dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2x^2-3|x|-5\le 0$

c) Dresser le tableau de signe $A(x)$

d) Comparer sans faire le calcul $A(-1-\sqrt{2})$ et $A(1+\sqrt{2})$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations

a) $|x^2-2x-3|<A(x)$

b) $\sqrt{A(x)}\le x-1$

3) Soit $f(x)=\dfrac{x^3-x}{A(x)}$

a) Déterminer Df (ensemble des réels x pour lesquels $f(x)$ à un sens)

b) Vérifier que $f(x)=\dfrac{x(x-1)}{2x-5}$ pour tout réel de Df

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $f(x)\ge x$

$\sqrt{A(x)}\leqslant x-1$

Condition d'existence

$A(x)\geq 0$ et $x-1\geq 0$

$\begin{cases} x\in]-\infty,-1]\cup[\frac{5}{2};+\infty[\\ \text{et} \\ x\in[1;+\infty[\end{cases} \Rightarrow x\in[\frac{5}{2},+\infty[$

$-\infty \quad -1 \quad 1 \quad \frac{5}{2} \quad +\infty$

Soit $x\in[\frac{5}{2},+\infty[$

$\sqrt{A(x)}\leqslant x-1 \Leftrightarrow 2x^2-3x-5\leqslant(x-1)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2-3x-5\leqslant x^2-2x+1$

$\Leftrightarrow x^2-x-6\leqslant 0$

$x^2-x-6=0$

$\Delta=1-4\times(-6)=25$

$x=\frac{1-5}{2}=-2$ ou $x=3$

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
x^2-x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S_{\mathbb{R}}=[\frac{5}{2},3]$

1)a) Résoudre dans IR l'équation suivante : $x^2 - 7x + 6 = 0$

b) Résoudre alors dans IR² les systèmes suivants.

$(S_1)\begin{cases} 2x + y = 7 \\ xy = 3 \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} 1 + xy = 7x \\ \dfrac{y}{x} = 6 \end{cases}$

2) Résoudre dans IR l'inéquation $\dfrac{x^2 - 6x + 7}{x + 1} < 1$

1) $x^2 - 7x + 6 = 0$

$1 - 7 + 6 = 0$

$x = 1$ ou $x = 6$

$S_{\mathbb{R}} = \{1, 6\}$

$S_1 : \begin{cases} 2x + y = 7 \\ xy = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 7 \\ 2x\, y = 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$ ou $\begin{cases} 2x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 6 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

$S_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{1}{2}, 6) ; (3, 1)\}$

1)a) Résoudre dans IR l'équation suivante : $x^2 - 7x + 6 = 0$

b) Résoudre alors dans IR² les systèmes suivants.

$(S_1)\begin{cases} 2x + y = 7 \\ xy = 3 \end{cases}$ $(S_2)\begin{cases} 1 + xy = 7x \\ \dfrac{y}{x} = 6 \end{cases}$

2) Résoudre dans IR l'inéquation $\dfrac{x^2 - 6x + 7}{x + 1} < 1$

cond. $x \neq 0$

$\begin{cases} 1 + xy = 7x \\ \dfrac{y}{x} = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x} + y = 7 \\ \dfrac{1}{x}\, y = 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{x} = 6 \\ y = 1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} \dfrac{1}{x} = 1 \\ y = 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{6} \\ y = 1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$

$S_{\mathbb{R}^2} = \{(\frac{1}{6}, 1) ; (1, 6)\}$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

$\begin{cases} x + y = 7 & S \\ xy = 6 & P \end{cases}$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

في دارك... إتهنى على قراية إصغارك
www.Tadris.TN 55.635.666 26.222.159

2) Résoudre dans IR l'inéquation $\dfrac{x^2-6x+7}{x+1} < 1$

Condit d'exis $x \neq -1$

$$\frac{x^2-6x+7}{x+1} - 1 < 0 \iff \frac{x^2-6x+7-x-1}{x+1} < 0$$

$$\iff \frac{x^2-7x+6}{x+1} < 0$$

$S_{IR} =]-\infty,-1[\cup]1,6[$

x	$-\infty$		-1		1		6		$+\infty$
x^2-7x+6		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$\frac{x^2-7x+6}{x+1}$		$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Soit le polynôme P définie sur IR par $P(x) = x^3 - x - 1$

Sachant que P admet un racine $\alpha \in \left]\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty\right[$

1)a)Montrer que $P(x) = (x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2-1)$

b)Vérifier que $3\alpha^2 > 4$

c) En déduire que α est l'unique racine de P.

α racine de $P \Rightarrow P(\alpha) = 0$

$\Rightarrow \alpha^3 - \alpha - 1 = 0$

$\Rightarrow \alpha^3 - \alpha = 1$

$(x-\alpha)(x^2+\alpha x+\alpha^2-1)$

$= x^3 + \alpha x^2 + \alpha^2 x - x - \alpha x^2 - \alpha^2 x - \alpha^3 + \alpha$

$= x^3 - x - \alpha^3 + \alpha$

$= x^3 - x - 1$

في دارك... إتهنى على قراية إصغارك

www.Tadris.TN 55.635.666 26.222.159

TADRIS.TN

Soit le polynôme P définie sur IR par $P(x) = x^3 - x - 1$

Sachant que P admet un racine $\alpha \in \left]\frac{2}{\sqrt{3}}, +\infty\right[$

1)a)Montrer que $P(x) = (x - \alpha)(x^2 + \alpha x + \alpha^2 - 1)$

$= 0$ $\quad$ $\Delta < 0$

b)Vérifier que $3\alpha^2 > 4$

c) En déduire que α est l'unique racine de P.

b) $\alpha > \frac{2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha^2 > \frac{4}{3}$

$\Rightarrow 3\alpha^2 > 4$

c) $P(x) = 0$

$a = 1 \quad b = \alpha \quad c = \alpha^2 - 1$

$x - \alpha = 0$ ou $x^2 + \alpha x + \alpha^2 - 1 = 0$

$x = \alpha$

$\Delta = \alpha^2 - 4(\alpha^2 - 1)$

$= \alpha^2 - 4\alpha^2 + 4$

$= 4 - 3\alpha^2 < 0$

pas des solutions

$S_{\mathbb{R}} = \{\alpha\}$ $\Rightarrow \alpha$ l'unique racine de P

d)Déterminer alors le signe de $P(x)$.

le signe de $P(x)$ est celui de $x - \alpha$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$x - \alpha$		$-$	0	$+$	
$x^2 + \alpha x + \alpha^2 - 1$		$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	